**Šiaulių Stasio Šalkauskio matematikos uždavinių sprendimo konkurso užduotys 9 -12 klasei**

**Ir vertinimo instrukcija**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Nr.** | **Užduotys** | **Taškai** |
| **1.** | Knygos puslapiams sunumeruoti (pradedant nuo 1) panaudoti 849 skaitmenys. Kiek knygoje puslapių? | **2** |
| **2.** | Koks yra skaičiaus vienetų skaitmuo? | **2** |
| **3.** | Klasėje mokosi 20 mokinių. 11 jų lanko fizikos būrelį, 12 – gamtos, o 5 mokiniai nelanko nei vieno būrelio. Kiek fizikų domisi gamta? | **2** |
| **4.** | Iš dviejų miestų tuo pat metu vienas priešais kitą tuo pačiu keliu išėjo du turistai. Pusiaudienį jie susitiko ir nesustoję nuėjo toliau. Vienas miestą pasiekė 16 val., o kitas kitą miestą pasiekė 21 val. Kada jie kelionę pradėjo? | **3** |
| **5.** | Susirinkimas prasidėjo tarp 6 ir 7 valandos ir baigėsi tarp 9 ir 10 valandos. Kiek laiko vyko susirinkimas, jei per tą laiką laikrodžio valandų ir minučių rodyklės pasikeitė vietomis? | **3** |
| **6.** | Į statų trikampį, kurio statiniai yra a ir b, įbrėžtas pusapskritimis, kurio skersmuo yra įžambinėje. Raskite pusapskritimio spindulį r. | **4** |
| **7.** | Parinkite koeficientą a taip, kad lygties sprendiniai tenkintų lygybę | **4** |
| **8.** | Iš stačiakampio galima iškirpti rombą, kurio įstrižainės yra 6 ir 8. Koks mažiausias galimas šio stačiakampio plotas? | **5** |
| **9.** | Katinas Leopoldas pamatė užrašus    liudijančius, kad jo amžini priešai ir pagyrūnai pelės prastai moka gramatiką. Padėkite Leopoldui išsiaiškinti, koks yra skaičius „MEILA“, jei skirtingos raidės žymi skirtingus skaitmenis. | **3** |
| **10.** | Dviejų skaičių suma 50% didesnė už jų skirtumą. Keliais procentais už jų sandaugą yra didesnė tų skaičių kvadratų suma? | **2** |

***Iš viso 30 taškų.***

**Vertinimo instrukcija**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Nr.** | **Užduotys** | **Taškai** | **Vertinimas** |
| **1.** | Knygos puslapiams sunumeruoti (pradedant nuo 1) panaudoti 849 skaitmenys. Kiek knygoje puslapių? | **2** |  |
|  | Vienženklių skaičių yra 9, tai skaitmenų yra taip pat 9. Tokiais skaičiais sunumeruotų puslapių taip pat 9.  Dviženklių skaičių yra 90, tai skaitmenų yra . Tokiais skaičiais sunumeruotų puslapių yra 90.  Lieka skaitmenų, kuriais yra sužymėti puslapiai triženkliais skaičiais.  Tai panaudota triženklių skaičių, tiek pat sunumeruota puslapių.  Knygoje yra puslapių.  Ats.: 319 puslapių. |  | sprendimo būdas (įžvelgta skaičiaus ir jo skaitmenų priklausomybė)  gautas teisingas atsakymas |
| **2.** | Koks yra skaičiaus vienetų skaitmuo? | **2** |  |
|  | Lyginiu laipsniu keliamas skaičius 9 vienetų skaitmens vietoje visada turi 1, o nelyginiu laipsniu – 9. Vadinasi, skaičiaus vienetų skaitmuo yra 9. Todėl skaičiaus  vienetų skaitmuo yra 0.  Ats.: 0. |  | sprendimo būdas (įžvelgtas dėsningumas keliant 9 laipsniu)  teisingas atsakymas |
| **3.** | Klasėje mokosi 20 mokinių. 11 jų lanko fizikos būrelį, 12 – gamtos, o 5 mokiniai nelanko nei vieno būrelio. Kiek fizikų domisi gamta? | **2** |  |
|  | Kurį nors būrelį lanko mokinių. Tarkime, kad fizikų, kurie domisi gamta yra x, sudarome lygtį:    Ats.: 8 fizikai, kurie domisi gamta. |  | sprendimo būdas  gautas teisingas atsakymas |
| **4.** | Iš dviejų miestų tuo pat metu vienas priešais kitą tuo pačiu keliu išėjo du turistai. Pusiaudienį jie susitiko ir nesustoję nuėjo toliau. Vienas miestą pasiekė 16 val., o kitas kitą miestą pasiekė 21 val. Kada jie kelionę pradėjo? | **3** |  |
|  | Tarkime, kad pirmasis turistas eina , o antrasis - greičiu. Pusiaudienis yra 12.00 val., todėl pirmasis iki savo tikslo ėjo o antrasis Sakykime, kad iki susitikimo jie ėjo t valandų. Sudarome lygčių sistemą:    nes    Turistai kelionę pradėjo  Ats.: kelionę pradėjo 6 valandą ryte. |  | sprendimo būdas (pažymėjimas; bent viena teisinga lygtis; nurodyta per kiek valandų po susitikimo ėjo vienas ir kitas turistai)  teisingas lygčių sistemos (lygties) sprendimas  gautas teisingas atsakymas |
| **5.** | Susirinkimas prasidėjo tarp 6 ir 7 valandos ir baigėsi tarp 9 ir 10 valandos. Kiek laiko vyko susirinkimas, jei per tą laiką laikrodžio valandų ir minučių rodyklės pasikeitė vietomis? | **3** |  |
|  | Nubraižykime laikrodžio ciferblatą. Valandų rodyklės padėtį susirinkimo pradžioje pažymėkime A, o minučių rodyklės – B. Valandų rodyklei pasiekus B, o minučių A, bus praėję nuo 2 iki 3 h. Kai minučių rodyklė dar pasisuks nuo A iki B, valandų rodyklė kažkokį tašką C ir bus praėję 3 h. Tarkime, kad valandų rodyklės nueitas kelias BC sudaro vieną dalį. Tada minučių rodyklės nueitas kelias AB sudaro 12 dalių (valandinė rodyklė 12 kartų lėtesnė nei minutinė rodyklė). Taigi 13 dalių atitinka 3 h, o 12 dalių (kelią AB) atitinka  Ats.: |  | sprendimo būdas, idėja.  valandinės ir minutinės rodyklių teisingi greičiai ar kitoks teisingas pamąstymas  gautas teisingas atsakymas |
| **6.** | Į statų trikampį, kurio statiniai yra a ir b, įbrėžtas pusapskritimis, kurio skersmuo yra įžambinėje. Raskite pusapskritimio spindulį r. | **4** |  |
|  | A  O  F  C  B  E   1. Trikampis ABC status, kur o taškas O yra pusapskritimio centras. 2. FO ir OE yra pusapskritimio spinduliai r ir (spindulio ir liestinės savybė). 3. Keturkampis OFBE yra kvadratas 4. Trikampiai AFO ir ABC yra panašūs pagal du lygius kampus: kampas BAC yra bendras, 5. Jei trikampiai yra panašūs, tai jų atitinkamos kraštinės yra proporcingos.  Kadangi     Ats.: - |  | sprendimo būdas (teisingas brėžinys ar kitoks sprendimas)  pastebėta ir pagrįsta spindulio ir liestinės savybė  pastebėtas ir pagrįstas trikampių panašumas  gautas teisingas atsakymas |
| **7.** | Parinkite koeficientą a taip, kad lygties sprendiniai tenkintų lygybę | **4** |  |
|  | Įstatę gautas sprendinių išraiškas į sąlygoje nurodytą lygybę, gauname lygtį a atžvilgiu:    Išsprendę iracionalią lygtį ir įrašę vietoj D reiškinį, gauname kvadratinę a atžvilgiu lygtį kurios sprendiniai  Ats.: -2; 4,125. |  | sprendimo būdas  bent vienos iš susidarytų kvadratinės lygties teisingas sprendimas  iracionalios lygties teisingas sprendimas  gautas teisingas atsakymas |
| **8.** | Iš stačiakampio galima iškirpti rombą, kurio įstrižainės yra 6 ir 8. Koks mažiausias galimas šio stačiakampio plotas? | **5** |  |
|  | Duotas mažiausio ploto stačiakampis ABCD, į kurį galima įbrėžti rombą EBFD.  E  D  A    B  F  C  Trikampiai ABE ir DFC yra lygūs pagal dvi lygias kraštines ir kampą tarp jų  Rombo kraštinė, kurią pasinaudojus Pitagoro teorema apskaičiuojame, yra lygi 5.  Tarkime, kad  Pritaikę plotų metodą, sudarome lygtį    Ats.: 30.72 kvadratiniai vienetai. |  | sprendimo būdas (brėžinys)  pagrįstas trikampių ABE ir DFC lygumas  teisingai apskaičiuota rombo kraštinė  teisingai surasta bent viena stačiakampio kraštinė  gautas teisingas stačiakampio plotas |
| **9.** | Katinas Leopoldas pamatė užrašus    liudijančius, kad jo amžini priešai ir pagyrūnai pelės prastai moka gramatiką. Padėkite Leopoldui išsiaiškinti, koks yra skaičius „MEILA“, jei skirtingos raidės žymi skirtingus skaitmenis. | **3** |  |
|  | Sudėdami du keturženklius skaičius, gauname penkiaženklį, todėl galime teigti, kad  Kadangi, tai A gali būti tik lyginis. Ir dar Skaitmuo P yra vienetu didesnis už K.  Tikriname:   1. Jei Tai      1. Jei Tačiau tai prieštarauja sąlygai, kad skirtinga raidė žymi skirtingą skaitmenį, nes 2. Jei Tai . 3. Jei Bet tada ir Ir vėl gaunam prieštaravimą. 4. negali būti, nes tada Jei 5. taip pat negali būti, nes tada  arba sutaptų kitos skirtingos raidės.   Ats.: 13480 arba 15934. |  | pastebėtos M ir A reikšmės  sprendimo būdas (atliktas visų reikšmių nagrinėjimas)  gautas teisingas atsakymas |
| **10.** | Dviejų skaičių suma 50% didesnė už jų skirtumą. Keliais procentais už jų sandaugą yra didesnė tų skaičių kvadratų suma? | **2** |  |
|  | Tarkime, kad skaičiai yra x ir y, tada sudarome lygtį  Sakykime, kad ieškomi procentai yra p, tada    Ats.: 420% |  | sprendimo būdas  gautas teisingas atsakymas |

***Iš viso 30 taškų.***