Matematikos konkurso Stasio Šalkauskio taurei laimėti užduočių, skirtų 9-12 kl. mokiniams,

**Vertinimo instrukcija**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nr. | Sąlyga ir sprendimas | Vertinimas |
| 1. | Yra žinoma, kad šokoladas aktyvina smegenų veiklą, todėl mokiniai, ateidami į matematikos būrelį, dažnai atsineša šokoladinių saldainių. Per vieną užsiėmimą mokytoja nusprendė suskaičiuoti, kiek saldainių atsinešė mokiniai. Paaiškėjo, kad bent 1 saldainį atsinešė 10 mokinių, daugiau kaip 1 saldainį – 8 mokiniai, daugiau kaip 2 saldainius – 6 mokiniai, daugiau kaip 3 saldainius – 4 mokiniai, daugiau kaip 4 saldainius – 3 mokiniai, daugiau kaip 5 saldainius neatsinešė nė vienas mokinys. Kiek saldainių į užsiėmimą atnešė mokiniai? | 2 |
|  | Jei 10 mokinių atsinešė bent vieną saldainį, o 8 mokiniai – daugiau kaip vieną saldainį, tai reiškia, kad mokiniai atsinešė po vieną saldainį.  Tada  Jei 6 mokiniai atsinešė daugiau kaip du saldainius, tai reiškia, kadmokiniai atsinešė po 2 saldainius.  Tada  Jei 4 mokiniai atsinešė daugiau kaip tris saldainius, tai reiškia, kad mokiniai atsinešė po 3 saldainius.  Tada  Jei 3 mokiniai atsinešė daugiau kaip keturis saldainius, tai reiškia, kad mokinys atsinešė 4 saldainius.  Tada  Likę 3 mokiniai atsinešė po 5 saldainius, nes daugiau kaip penkių saldainių neatsinešė nei vienas mokinys.  Tada  Iš viso buvo atsinešta  Ats.: 31 saldainis. | teisingas sprendimo būdas;  gautas teisingas atsakymas. |
| 2. | Su kokiomis natūraliomis n reikšmėmis teisinga nelygybė | 4 |
|  |  | bent kartą teisingai pritaikyta logaritmų savybė.  teisingai pritaikyta rodiklinės nelygybės sprendimo taisyklė;  teisingai nurodyta apibrėžimo sritis;  gautas teisingas atsakymas. |
| 3. | Ryšulėlis krapų, surištas siūlu, kainuoja du eurus. Kiek turi kainuoti ryšulėlis krapų, surištas du kartus ilgesniu siūlu? | 3 |
|  | Pažymėkime ryšulėlio spindulį r, o antru atveju R. Pirmu atveju siūlo reikės o antru atveju – Kadangi siūlo reikės du kartus ilgesnio, tai yra  Ryšulėlio skerspjūvis pirmu atveju užima  Apskaičiuokime, kiek kartų naujo ryšulėlio skerspjūvis yra didesnis už buvusio  Vadinasi, 4 kartus kainuos brangiau  Ats.: 8 eurai | eisingai apskaičiuotas naujo ryšulėlio ilgis;  idėja lyginti skerspjūvius;  teisingai apskaičiuota naujo ryšulėlio kaina. |
| 4. | Petras gali nušienauti pievą per 10 dienų, Jeigu Jonas jam padės šienauti 7 dienas. Jonas tą pačią pievą gali nušienauti per 12 dienų, jeigu Petras jam padės šienauti 7 dienas. Per kiek dienų kiekvienas jų, dirbdami atskirai, gali nušienauti šią pievą? | 3 |
|  | Nušienautą pievą laikykime 1.  Tarkime, kad Petras vienas pats visą pievą gali nušienauti per x > 0 dienų, tada jo darbo našumas yra Jonas vienas pats tą pačią pievą galinušienauti per y > 0 dienų. Jono darbo našumas yra Sudarome lygčių sistemą:  Ats.: Petras vienas pats gali nušienauti pievą per 14,2 dienos, o Jonas – per dienos. | teisingai sudaryta bent viena lygtis;  teisingas lygčių sistemos sprendimas;  gautas teisingas atsakymas. |
| 5. | Dviejų skaičių suma 50% didesnė už jų skirtumą. Keliais procentais už jų sandaugą yra didesnė tų skaičių kvadratų suma? | 3 |
|  | Sakykime, kad vienas skaičius yra x, o kitas – y. Tada sudarome lygtį:  Skaičiuojame, ko prašo užduoties sąlyga:  Ats.: 420%. | teisingai aprašyti duomenys(teisingai sudaryta lygtis);  teisingai sudarytas reiškinys procentams apskaičiuoti;  gautas teisingas atsakymas. |
| 6. | Ar egzistuoja trikampis, kurio aukštinės lygios | 4 |
|  | Į ilgiausią kraštinę yra išvesta trumpiausia aukštinė.   1. Tarkime, kad ilgiausia kraštinė yra tada aukštinė, nuleista į šią kraštinę yra   Trumpiausia trikampio kraštinė tegu būna tada į ją nuleista aukštinė yra Vidurinė trikampio kraštinė te būna o aukštinė, nuleista į ją,   1. Skaičiuojame trikampio plotą:   Pasirinkę vieną iš išreiškimo būdų, gauname, kad:   1. Pagal trikampio nelygybę, tikriname, ar gali egzistuoti trikampis su tokio ilgio kraštinėmis.   Arba:  Jei bent viena nelygybė yra neteisinga, trikampis egzistuoti negali.  Ats.: Trikampis neegzistuoja. | teisingai nusakyta atitiktis tarp ilgiausios(trumpiausios) trikampio kraštinės ir trumpiausios(ilgiausios) trikampio aukštinės;  teisingai išreikštos trikampio kraštinės;  teisingai pritaikyta trikampio nelygybė;  gauta teisinga išvada(atsakymas). |
| 7. | 9 vienodi plunksnakočiai kainuoja 11 eurų ir keletą centų, o 13 tokių pat plunksnakočių kainuoja 15 eurų ir kažkiek centų. Kiek kainuoja vienas plunksnakotis? | 3 |
|  | Tarkime, kad vienas plunksnakotis kainuoja x eurų. Sudarome nelygybių sistemą:  Ats.: 1,23 euro. | teisingai sudaryta nelygybių sistema;  teisingai apskaičiuotas kainos interalas;  gautas teisingas atsakymas. |
| 8. | Tegul sumuštinio kritimo žemyn sviestu tikimybė lygi . Padavėjas neša padėklą su 7 sumuštiniais. Kokia tikimybė, kad apvirtus padavėjui 5 sumuštiniai nukris sviestu žemyn? | 2 |
|  | A – 5 sumuštiniai nukrito sviestu žemyn.  Ats.: | teisingai pritaikyta derinių formulė;  teisingas atsakymas. |
| 9. | Trys bobutės iš vieno sodininko gavo 900 kg vienos rūšies obuolių ir nusprendė juos parduoti turguje vienoda kaina. Darbo dienos pabaigoje kiekvienai bobutei liko po 20 kg neparduotų obuolių. Kiek kg obuolių gavo kiekviena bobutė, jei pirmoji pardavė obuolių už 80 eurų, antroji – už 280 eurų, trečioji – 480 eurų? | 2 |
|  | Kiek obuolių parduota?  Už kiek eurų buvo parduota obuolių?  Kiek kainavo vienas kilogramas obuolių?  Pirma bobutė gavo antra bobutė gavo trečia bobutė gavo  Ats.: 100 kg, 300 kg, 500 kg. | eisingas sprendimo būdas (arba sudaryta lygčių sistema);  gautas teisingas atsakymas. |
| 10. | Išspręskite lygtį: | 3 |
|  | Sudarome naują lygtį su keitiniu:  Skaičiuojame pradinės lygties sprendinius:  Ats.: 0,8; 0,2. | teisingas sprendimo būdas;  teisingas bikvadratinė lygties sprendimas;  gautas teisingas atsakymas. |
| 11. | Sizifas ritina akmenį į kalno viršūnę. Pirmą dieną jis akmenį kalno keliu nuritino 60 metrų. Kiekvieną kitą dieną jis akmenį nuritino trečdaliu mažiau negu praėjusią dieną. Kelio, kuriuo Sizifas ritina akmenį į viršūnę, ilgis yra 190 metrų. Kelintą dieną Sizifas pasieks kalno viršūnę? | 3 |
|  | Pastebėkime, kad visa kelionė atitinka geometrinės progresijos sampratą.  Tada  Sudarome lygtį, taikydami formulę geometrinės progresijos pirmųjų n narių sumai rasti:  Nėra tokio natūralaus n, kuris tenkintų šią lygtį, vadinasi, Sizifas niekada nepasiek kalno viršūnės.  Arba:  Galima patikrinti, taikant begalinės nykstančios geometrinės progresijos sumos formulę, ar Sizifas kada nors užkops į kalną:  Kaip matome, geriausiu atvejus kada nors jis pasieks už 180 m esančią kalno viršūnę. Likusių 10 m jis neįveiks niekada.  Ats.: Sizifas niekada nepasieks kalno viršūnės. | teisingai pastebėta geometrinė progresija (arba nykstanti gometrinė progresija)  teisingai pritaikyta geometrinės progresijos pirmųjų n narių sumos formulė (arba nykstančios progresijos sumos formulė);  teisinga išvada. |
| 12. | Taškai yra kreivės grafiko taškai. Taškas O yra koordinačių pradžios taškas. Apskaičiuokite vektorių ir skaliarinę sandaugą, tai yra . | 3 |
|  | Apskaičiuokite kiekvieno nusakyto vektoriaus koordinates, žinodami, kad taško O koordinatės yra :  Jei taško A koordinatė  Jei taško B koordinatė  Rinktis negalime, nes tada taškas A sutaps su tašku B. Vadinasi taško B koordinatė x yra  Skaičiuojame vektorių skaliarinę sandaugą:  Ats.: 6. | teisingai apskaičiuota bent vieno taško nežinoma koordinatė;  teisingai apskaičiuotos abiejų vektorių koordinatės;  teisingai apskaičiuota skaliarinė vektorių sandauga. |
| 13. | Duota funkcija . Su kuriomis a reikšmėmis nelygybės sprendinių aibė yra spindulys? | 3 |
|  | Sudarome nelygybę:  Jei tai , kas neatitinka sąlygos.  Jei  Ats.: -4. | teisingas sprendimo būdas;  teisingai išnagrinėtas bent vienas galimas atvejis;  gautas teisingas atsakymas. |
| 14. | Išspręskite nelygybę | 3 |
|  | Tada nelygybės sprendinys yra  Arba  Spręsti algebriniu būdu, skaidant į dviejų nelygybių sistemas:  Šių dviejų nelygybių sistemų sprendinys yra  Ats.: | pasirinktas teisingas sprendimo būdas;  bent vienos nelygybės teisingas sprendimas;  gautas teisingas atsakymas. |
| 15. | Tomas, Benas, Robertas ir Styvas galinėjosi traukdami virvę. Benas vienas nugali Tomą ir Robertą, traukiančius kartu. Jeigu vienoje pusėje stovi Tomas ir Benas, o kitoje – Robertas ir Styvas, tai nei viena pora nenugali kitos. Styvas ir Tomas lengvai nugali Beną ir Robertą. Nustatykite, kuris iš berniukų stipriausias, kuris silpniausias, kuris pagal jėgą užima antrą ir kuris trečią vietas. | 4 |
|  | Jei berniukų jėgą pažymėsime pagal vardų pirmą raidę T – Tomas, B – Benas, R – Robertas ir S – Styvas, tai iš sąlygos išplaukia, kad:  Sudėję II ir III sąsajas gausime  O šias sąsajas atėmę gausime  Kadangi iš I sąsajos  Stipriausias Styvas, po to eina Benas, Tomas ir silpniausias Robertas. | teisingai užrašyta bent viena sąsaja (arba kitoks teisingas sprendimo būdo pasirinkimas);  teisingai atliktas nelygybės ir lygybės sudėties veiksmas;  teisingai atliktas nelygybės ir lygybės atimties veiksmas;  gautas teisingas atsakymas. |
| 16. | Keleivis, važiuojantis iš miesto A į miestą B, pusę kelionės laiko važiavo autobusu, o kitą pusę – automobiliu. Jeigu jis važiuotų iš miesto A į miestą B tik autobusu, tai kelionė užtruktų 1, 5 karto ilgiau. Kelis kartus greičiau keleivis atvažiuotų į miestą B važiuodamas tik automobiliu, negu tik autobusu? | 3 |
|  | Tarkime, kad visas kelias yra S km, visas kelionės laikas yra t h, autobuso greitis yra x km/h, automobilio greitis yra y km/h. Sudarome lygtis:  Iš antros lygties išreikškime Gausime  Ieškomas dydis yra  Ats.: 2 kartus. | bent viena teisinga lygtis (ar teisingas sprendimo būdas);  lygčių sistemos teisingas sprendimas (ar kito teisingai pasirinkto sprendimo būdo dėstymas);  gautas teisingas atsakymas. |